Практикум 3. Комплексные числа (1).

[Подзаголовок документа]

Тюльников Михаил пин-12

2019

Упражнение 1. Вычислить:

1) (2 – 3i )(3 - i);

2) (1 – I)3 (1+I)3

3) Ik  , где k =1,2,3,...,8 (использовать операцию поэлементного возведения массива в степень);

4)  (результаты вывести в различных форматах).

>> a=(2+3i)\*(3-i)

1) a =

9.0000 + 7.0000i

2) >> a=(1-i)^3-(1+i)^3

a =

0.0000 - 4.0000i

3) >> k=1:1:8;

>> a=i;

>> a=a.^k

a =

Columns 1 through 2

0.0000 + 1.0000i -1.0000 + 0.0000i

Columns 3 through 4

0.0000 - 1.0000i 1.0000 + 0.0000i

Columns 5 through 6

0.0000 + 1.0000i -1.0000 + 0.0000i

Columns 7 through 8

0.0000 - 1.0000i 1.0000 + 0.0000i

4) >> a=(2-3i)/(1+4i)+1/(4-i)

a =

-0.3529 - 0.5882i

>> format rational

>> a

a =

-6/17 - 10/17i

>> format long

>> a

a =

-0.352941176470588 - 0.588235294117647i

# Упражнение 2.

Вычислить и , если 

>> z1=1-sqrt(3)\*i;

>> z2=sqrt(3)+i;

>> a=z1\*z2'

a =

0.0000 - 4.0000i

>> a=(z1'/z2)^2

a =

0.5000 + 0.8660i

Упражнение 3.

Найти действительную и мнимую части комплексного числа, его модуль, аргумент, найти сопряженное ему число:

1) (4-5i)(5-6i3) ; 2) (1+i)15

1) >> a=(4-5i)\*(5-6\*i^6);

>> real(a)

ans =

44

>> imag(a)

ans =

-55

>> abs(a)

ans =

70.4344

>> angle(a)

ans =

-0.8961

>> a'

ans =

44.0000 +55.0000i

2) >> a=(1+i)^15

a =

1.2800e+02 - 1.2800e+02i

>> real(a)

ans =

128

>> imag(a)

ans =

-128

>> abs(a)

ans =

181.0193

>> angle(a)

ans =

-0.7854

>> a'

ans =

1.2800e+02 + 1.2800e+02i

Упражнение 4. В одной системе координат изобразить векторами разного цвета числа . Нанести координатную сетку, отобразить оси линиями черного цвета, подписать их. Масштаб по осям сделать одинаковым. Подписать графическое окно. Прокомментировать геометрический смысл суммы и разности комплексных чисел.

>> z1=1+3i;

>> z2=3+4i;

>> z3=z1+z2;

>> z4=z1-z2;

>> quiver(0,0,real(z1), imag(z1),0)

>> hold on, grid

>> xlabel('Re(z)')

>> ylabel('Im(z)')

>> quiver(0,0,real(z2), imag(z2),0)

>> quiver(0,0,real(z3), imag(z3),0)

>> quiver(0,0,real(z4), imag(z4),0)

>> axis([-3 8 -3 8])

>> line([-3 8], [0 0],'Color','black')

>> line([0 0], [-3 8],'Color','black')



Сумма комплексных чисел – это сумма векторов, где x=Re(z), а y=Im(z).

Разность комплексных чисел – это разность векторов, где x=Re(z), a y=Im(z).

Упражнение 5. Найти и изобразить точками на комплексной плоскости все корни . Изобразить пунктиром окружность, на которой эти точки лежат. Построить штрих-пунктиром правильный многоугольник с вершинами в этих точках. Нанести сетку, отобразить оси линиями черного цвета, подписать их. Масштаб по осям сделать одинаковым. Подписать графическое окно.

>> z=2\*sqrt(3)-2i;

>> r=abs(z);

>> phi=angle(z);

>> k=0:1:3;

>> zroot=r^(1/4)\*(cos((phi+2\*pi\*k)/4)+i\*sin((phi+2\*pi\*k)/4))

zroot =

Columns 1 through 2

1.4021 - 0.1846i 0.1846 + 1.4021i

Columns 3 through 4

-1.4021 + 0.1846i -0.1846 - 1.4021i

>> plot(real(zroot),imag(zroot),'ro')

>> grid

>> line([0 0], [-2 2],'Color','black')

>> line([-2 2], [0 0],'Color','black')

>> xlabel('Re')

>> ylabel('Im')

>> hold on

>> axis([-2 2 -2 2])

>> t=0:pi/1000:2\*pi;

>> x=r^(1/4)\*cos(t);y=r^(1/4)\*sin(t);

>> plot(x,y,':b')

>> title('Корни')

>> zroot(5)=zroot(1);

>> plot(real(zroot),imag(zroot),'-.k')



Упражнение 6. Написать программу, строящую на комплексной плоскости множество точек, заданных условием Arg(z) = const. Программу оформить в виде скрипта. Используя написанную программу, построить на комплексной плоскости множество точек, заданных условием:



>> const=pi/4;

>> lab03s03

>> hold on, grid

>> const=5\*pi/6;

>> lab03s03

SCRIPT lab03s03

phi=const;

z=cos(phi)+i\*sin(phi);

x=0:.1:1000;

y=x\*real(z);

plot(x,y,'-')

xlabel('Re(z)')

ylabel('Im(z)')



# Контрольные вопросы

1) Каким образом можно ввести комплексное число?

2) Что такое вещественная и мнимая часть комплексного числа?

3) Как осуществляются арифметические действия над комплексными числами?

4) Что такое модуль и аргумент комплексного числа?

5) Чему равны модуль и аргумент произведения и частного комплексных чисел?

6) Сколько существует корней n -ой степени из комплексного числа? Как они расположены на комплексной плоскости?

1) Для ввода комплексного числа можно пользоваться встроенной функцией complex (a,b), где a - действительная, b – мнимая часть вводимого комплексного числа. Также можно использовать конструкции a+bi или a+bj, в которых мнимые части комплексных чисел сопровождаются буквой i или j.

2)

3) Так же, как и над действительными числами.

4) Модуль – это расстояние от начала координат до точки, отмеченной на комплексной плоскости.

Аргумент – это угол между радиус-вектором точки и положительной вещественной полуосью.

5) Модуль произведения комплексных чисел равен произведению модулей комплексных чисел.

Модуль частного комплексных чисел равен частному модулей комплексных чисел.

Аргумент произведения комплексных чисел равен сумме аргументов.

Аргумент частного комплексных чисел равен разности аргументов.

6) Существует n корней. На комплексной плоскости они расположены по кругу.

# Упражнение С1

Вычислите:

1) (1+2i)2 (1-i)

2) (1-i)4 –(1+i)4

3) ik , где k = 20,21,...,40 (использовать операцию поэлементного возведения массива в степень);

4)  (результаты вывести в различных форматах).

>> a=(1+2i)^2\*(1-i)

a =

1.0000 + 7.0000i

>> a=(1-i)^4-(1+i)^4

a =

0

>> k=20:1:40;

>> a=i.^k

a =

Columns 1 through 3

1.0000 + 0.0000i 0.0000 + 1.0000i -1.0000 + 0.0000i

Columns 4 through 6

0.0000 - 1.0000i 1.0000 + 0.0000i 0.0000 + 1.0000i

Columns 7 through 9

-1.0000 + 0.0000i 0.0000 - 1.0000i 1.0000 + 0.0000i

Columns 10 through 12

0.0000 + 1.0000i -1.0000 + 0.0000i 0.0000 - 1.0000i

Columns 13 through 15

1.0000 + 0.0000i 0.0000 + 1.0000i -1.0000 + 0.0000i

Columns 16 through 18

0.0000 - 1.0000i 1.0000 + 0.0000i 0.0000 + 1.0000i

Columns 19 through 21

-1.0000 + 0.0000i 0.0000 - 1.0000i 1.0000 + 0.0000i

>> a=(2+5i)/(1-3i)+(1/(1-i))

a =

-0.8000 + 1.6000i

# Упражнение С2

Вычислить и , если .

>> z1=sqrt(3)-i;

>> z2=1+i\*sqrt(3);

>> a=z1\*z2'

a =

0.0000 - 4.0000i

>> a=(z1'/z2)^2

a =

0.5000 - 0.8660i

# Упражнение С3

Найти действительную и мнимую части комплексного числа, его модуль, аргумент, найти сопряженное ему число:

1) (5+4i)(3-2i3); 2) (1-i)13

1) >> z=(5+4i)\*(3-2i^3);

>> real(z)

ans =

-17

>> imag(z)

ans =

52

>> abs(z)

ans =

54.7083

>> angle(z)

ans =

1.8868

>> z'

ans =

-17.0000 -52.0000i

2) >> z=(1-i)^13;

>> real(z)

ans =

-64

>> imag(z)

ans =

64

>> abs(z)

ans =

90.5097

>> angle(z)

ans =

2.3562

>> z'

ans =

-64.0000 -64.0000i

# Упражнение С4

Найти и изобразить точками на комплексной плоскости все корни . Изобразить пунктиром окружность, на которой эти точки лежат. Построить штрих-пунктиром правильный многоугольник с вершинами в этих точках. Нанести сетку, отобразить оси линиями черного цвета, подписать их. Масштаб по осям сделать одинаковым. Подписать графическое окно.

>> z=-1-i\*sqrt(3);

>> r=abs(z);

>> phi=angle(z);

>> k=0:1:5;

>> zroot=r^(1/6)\*(cos((2\*pi\*k)/6)+i\*(sin((2\*pi\*k)/6)));

>> plot(real(zroot),imag(zroot),'r\*')

>> axis([-2 1.5 -2 1.5])

>> axis([-1.5 1.5 -1.5 1.5])

>> hold on, grid

>> line([-1.5 1.5],[0 0], 'Color', 'black')

>> line([0 0],[-1.5 1.5], 'Color', 'black')

>> xlabel('Re(z)')

>> ylabel('Im(z)')

>> t=0:pi/1000:2\*pi;

>> x=r^(1/6)\*cos(t);y=r^(1/6)\*sin(t);

>> plot(x,y,':b')

>> zroot(7)=zroot(1);

>> plot(real(zroot),imag(zroot),'-.')

>> title('Окно')



# Упражнение С5

Используя написанную программу, построить на комплексной плоскости множество точек, заданных условием:



>> const=-3\*pi/4;

>> lab03s03

>> hold on, grid

>> const=-pi/3;

>> lab03s03

SCRIPT lab03s03

phi=const;

z=cos(phi)+i\*sin(phi);

x=0:.1:1000;

y=x\*real(z);

plot(x,y,'-')

xlabel('Re(z)')

ylabel('Im(z)')

